

Mehr-Ebenen-Modelle

Kai Arzheimer | Vorlesung Forschungsmethoden

Übersicht

Einführung

Strukturierte Daten

Einfache Lösungen

Mehr-Ebenen-Modelle

Konzepte und Begriffe

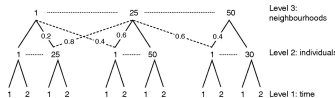
Random & Fixed

Typen von Modellen

VPC/Intra-Class-Correlation

Software

Fazit



(Quelle: Kawachi/Subramanian 2007)

Was sind strukturierte Daten?

- ▶ In der Realität fast immer mehrstufige Zufallsstichproben, z. B. ADM
 1. Auswahl Netz
 2. Auswahl Sampling-Point
 3. Auswahl Adresse/Haushalt
 4. Auswahl Befragungsperson
- ▶ Untersuchungsobjekte (Befragte) sind „nicht unabhängig“ voneinander

Was heißt „nicht unabhängig voneinander“?

- ▶ Objekte beeinflussen sich gegenseitig
- ▶ Sie werden in gleicher Weise beeinflußt von
 - ▶ gemessenen und nicht
 - ▶ gemessenen Eigenschaften ihres gemeinsamen **Kontextes**
- ▶ Annahme, daß ϵ aus identischen und voneinander unabhängigen Normalverteilungen gezogen, wird häufig

Gibt es noch andere Quellen für „Struktur“?

- ▶ Stichprobenziehung/Datenerhebung eine wichtige Quelle (Klumpenstichproben/Schulforschung)
- ▶ Selbst bei einfacher Zufallsstichprobe häufig Strukturierung der Daten durch „Kontexte“ (Anhänger verschiedener Parteien/Leser verschiedener Zeitungen) →
- ▶ Kontexte müssen nicht räumlich definiert sein
- ▶ Kontexte sind überall: Wähler in Stimmbezirken in Wahlkreisen in Ländern ...
- ▶ Paneldaten sind auch Kontextdaten (Person als Kontext)

Probleme: Standardfehler

- ▶ Standardannahme: i.i.d.
 - ▶ ϵ unabhängige Ziehungen aus Normalverteilung
 - ▶ mit konstanter Varianz
- ▶ Kontexte
 - ▶ Varianz nicht konstant
 - ▶ Ziehungen nicht unabhängig voneinander (Korrelation von ϵ)
- ▶ Heteroskedastizität + Autokorrelation \rightarrow geschätzte Standardfehler zu optimistisch

Probleme: Schätzung von Kontexteffekten

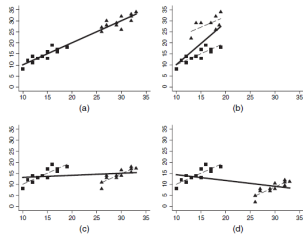


Fig. 1 The thick line in each panel is the estimated slope from the pooled regression. (a) Pooled regression correctly estimates slope; (b) pooled regression overestimates slope; (c) pooled regression underestimates slope; and (d) pooled regression estimates incorrect sign for slope.

1. Konstante Effekte (unit effects) → Verzerrungen möglich (Simpson's Paradox)

Probleme: Schätzung von Kontexteffekten

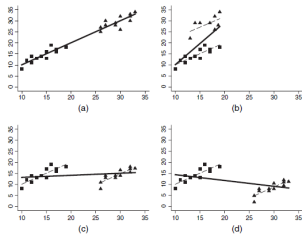


Fig. 1 The thick line in each panel is the estimated slope from the pooled regression. (a) Pooled regression correctly estimates slope; (b) pooled regression overestimates slope; (c) pooled regression underestimates slope; and (d) pooled regression estimates incorrect sign for slope.

1. Konstante Effekte (unit effects) → Verzerrungen möglich (Simpson's Paradox)

2. Effekte von Kontexteigenschaften (z. B. ALQ)

- ▶ Als zusätzliche x-Variable betrachten?
- ▶ Zahl der unabhängigen Messungen **kleiner als Zahl der Fälle** (Beispiele bei Moulton 1990)

Konventionelle Ansätze

1. Separate Analysen (wenn Zahl der Kontexte klein und keine Kontextvariablen vorhanden)
2. Unit-Effekte durch Konstante abbilden
 - ▶ Wenn Zahl der Kontexte klein
 - ▶ Problem: Kontextvariablen nicht mit einbeziehbar (Multikollinearität)
 - ▶ (Deterministisch)
3. Interaktion Dummies/Individualvariablen
 - ▶ Wirkung von Individualvariablen variiert über Kontexte
 - ▶ Keine Effekte von Kontextvariablen möglich
 - ▶ (Deterministisch)
4. *Robuste Standardfehler*: `robust cluster()`
 - ▶ Erfordern große (?) Fallzahlen
 - ▶ Robust gegen Heteroskedazität
 - ▶ Robust gegen Autokorrelation innerhalb von Kontexten
 - ▶ Mit 2 und 3 kombinierbar oder Kontextvariablen

Was sind Mehr-Ebenen-Modelle (im engeren Sinn)

- ▶ Mehr-Ebenen-Probleme seit den Gründervätern bekannt (z. B. Coleman)
- ▶ Im engeren Sinne: Erweiterung des klassischen Regressionsmodells für mehrere simultane Analyseebenen
- ▶ Dynamische Entwicklung in den Erziehungswissenschaften seit 1980er/90er Jahren (Computer)
- ▶ Rezeption in der Politikwissenschaft seit knapp 20 Jahren

Unter welchen Voraussetzungen ist Anwendung möglich/sinnvoll?

- ▶ Große Zahl von Kontexten (Mindestwert 30 bis 50, für Varianzkomponenten nach Möglichkeit mehr)
- ▶ Typischerweise 2 bis 100 Objekte pro Kontext (ansonsten oft kein Unterschied zu konventionellen Analysen)
- ▶ **Kontexte sind als Zufallsstichprobe aus einer großen Grundgesamtheit von Kontexten zu interpretieren**
- ▶ Der letzte Punkt wird häufig ignoriert bzw. ist strittig

Was sind die Grundannahmen des Modells?

- ▶ Variation von Achsenabschnitten/Steigungen über Kontexte
...
- ▶ ... kann durch Zufallsvariable(n) beschrieben werden
- ▶ Statt 300 separater Modellschätzungen Schätzung von Mittelwert und Varianz *der Modellparameter* („random effects“) → **sehr** effizient
- ▶ Korrekte Standardfehler, Kontexteffekte und Cross-Level-Interaktionen machbar
- ▶ Shrinkage Estimates

Wie sieht das Modell aus?

- ▶ Viele Varianten mit unterschiedlicher Komplexität
- ▶ Relativ einfach: „Random Intercept“
- ▶ In unserem Beispiel: Rechtsextremismus hängt ab von individuellen Eigenschaften, das mittlere Niveau variiert aber über die Kreise (z. B. wegen politischer Traditionen)
- ▶ Dummy variable model mit 299/300 Dummies?
- ▶ Oder lieber so?

Wie sieht das random intercept model aus?

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_1 x_{1j} + \beta_2 x_{2j} \quad (1)$$

$$\beta_{0j} = \beta_0 + u_{0j} + e_{0ij} \quad (2)$$

mit

$$(u_{0j}) \sim (0, \mathbf{\Omega}_u) : \mathbf{\Omega}_u = (\sigma_{u0}^2) \quad (3)$$

$$(e_{0ij}) \sim (0, \mathbf{\Omega}_e) : \mathbf{\Omega}_e = (\sigma_{e0}^2) \quad (4)$$

Was bedeuten Random & Fixed?

- ▶ In der Methodenliteratur drei verschiedene Bedeutungen, die zusammenhängen, aber nicht identisch sind
 1. Random/Fixed Variables
 2. Random/Fixed Effects
 3. Random/Fixed Coefficients

Was sind Random/Fixed Variables?

- ▶ Fixed Variable:
 - ▶ Ohne Fehler gemessen
 - ▶ Gleiche Meßwerte, wenn Stichprobenziehung/Untersuchung wiederholt wird
- ▶ Random Variable:
 - ▶ Meßwerte Stichprobe aus Grundgesamtheit möglicher Werte
 - ▶ Würden in nächster Stichprobe etwas anders aussehen (z. B. wegen zufälligen Meßfehlern)

Was sind Random & Fixed Effects?

- ▶ Fixed effects: Beschränkung auf in einer Studie tatsächlich vorkommenden Werte der unabhängigen Variablen
- ▶ Random effects (größere Standardfehler): Werte als Stichprobe aus einem Universum von möglichen Werten
- ▶ Vor allem im Zusammenhang mit experimentellen Studien (ANOVA) diskutiert: Sind die Stimuli fixed oder random? (Beispiel: Medikamentendosen vs. Kunstwerke)

Was sind Random & Fixed Coefficients?

- ▶ Im Mehrebenenmodell geht man davon aus, daß die unabhängigen Variablen fixed sind
- ▶ Die Achsenabschnitte/Steigungen können aber auf der unteren Ebene variieren → random coefficients → Gruppen sind Stichprobe aus Grundgesamtheit von Gruppen (in denen jeweils unterschiedliche Zusammenhänge gelten)

Welche Grundtypen von ML-Modellen gibt es?

$$y_{ij} = \beta_0 + u_{0j} + e_{0ij} \quad (5)$$

- ▶ „Empty model“ oder „intercept-only“ model bezeichnet
- ▶ Relative Bedeutung von Kontext-/Individualeffekten kann bestimmt werden (mehr dazu gleich)
- ▶ Sehr nützlich als Ausgangspunkt für komplexere Modelle

Welche Grundtypen von ML-Modellen gibt es?

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + u_{0j} + e_{0ij} \quad (6)$$

- ▶ Empty model + Variablen auf der Individual- und gegebenenfalls Kontextebene (fixed coefficients) erweitert, erhält man ein „random intercept“ model
- ▶ „Normale“ Regression, aber zufällige, kontextspezifische Einflüsse, die Achsenabschnitt variieren lassen, Varianzkomponentenmodelle

Welche Grundtypen von ML-Modellen gibt es?

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_{1j}x_{1ij} + \dots + u_{0j} + e_{0ij} \quad (7)$$

$$\beta_{1j} = \beta_1 + u_{1j} \quad (8)$$

$$(9)$$

- ▶ Effekt von Individualvariablen variiert zufällig über die Gruppen/Kontexte: „random coefficient“ model
- ▶ Weitere Komplikationen möglich
 - ▶ Cross-Level-Interaktionen
 - ▶ Subgruppenspezifische Kontextvarianzen etc.
 - ▶ Sinn? Test von Koeffizienten/Varianzen per Wald-Test, Veränderung der Devianz, BIC

Wie war das mit den Varianzkomponenten?

$$\text{VPC} = \rho = \frac{\sigma_{u0}^2}{\sigma_{u0}^2 + \sigma_{e0ij}^2} \quad (10)$$

- ▶ Empty model: Gesamtvarianz zufällig, Aufteilung auf die Ebenen der Struktur ($u_{0j} + e_{0ij}$)
- ▶ Der Anteil der Kontextvarianz an der Gesamtvarianz
 - ▶ Variance Partition Coefficient (VPC)
 - ▶ Intra-Class-Correlation bezeichnet (ICC, ρ)
- ▶ ICC: mittlere Korrelation zwischen den Werten von y , die sich errechnet, wenn ich Paare aus derselben Gruppe betrachte
- ▶ Im Zwei-Ebenen-Modell fallen VPC und ρ zusammen, in Modellen mit mehr als zwei Ebenen können sie sich unterscheiden

Erweiterungsmöglichkeiten

- ▶ Nicht-metrische abhängige Variablen: binomiale, ordinale, multinomiale Logit/Probit Modelle
- ▶ Cross-Classification (Grund- und weiterführende Schulen)
- ▶ Interpretation von Längsschnittmodellen als ML-Modelle (Panel) mit Trends

Parameterschätzung

- ▶ Prinzipiell: Likelihood-Schätzung, aber **keine geschlossene Form bekannt**; alle Verfahren sind iterativ
- ▶ Traditionell: Linearisierung → Pseudo- und Quasilikelihood
 - ▶ Relativ schnell
 - ▶ Häufig brauchbare Approximation
- ▶ Numerische Integration
 - ▶ Präziser (bei vielen Integrationspunkten)
 - ▶ Selbst mit modernen Computern *sehr* langsam
- ▶ Simulation (MCMC)
 - ▶ Langsamer als Pseudo-/Quasilikelihood
 - ▶ Schneller als numerische Integration
 - ▶ Fehlerquellen
- ▶ Entwicklung nicht abgeschlossen

Reine ML-Programme: MLwiN und HLM

- + Basieren auf alten Dos-Programmen → Vielzahl von teils sehr komplexen Modellen unterstützt
- + Relativ benutzerfreundliche Oberflächen, sehr gut dokumentiert
- + Approximation und Simulation
 - Skripting nur beschränkt möglich
 - Eigene Binär- und Ausgabeformate → Konversion notwendig

MPlus

- + Verschiedene Analyseebenen als ein (weiterer) Aspekt des allgemeinen „Muthen Model“
- + Skripting möglich
 - Kryptische Dokumentation
 - Eigenes Binär- und Ausgabeformat

Stata (ab Version 10)

- + Vollständige Integration (Binärformat, Postestimation, Skripting etc.)
- +/- Nur numerische Approximation – exakt, aber sehr langsam
- + Inzwischen: Vielzahl von abhängigen Variablen
- ▶ Folien mit Beispielen (Syntax und Daten):
<https://www.kai-arzheimer.com/kontext-mehr-ebenen-seminar-folien/unit-02.pdf>

Stata+MLwiN: runmlwin

Benutzerdefiniertes ado `runmlwin` (aus dem MLwiN-Umfeld):

- + Aufruf von MLwiN aus Stata
 - + Syntax entsprechend Stata-Konventionen
 - + Integrierte Konversion
 - + Speicherung der Ergebnisse in Stata-Infrastruktur → Postestimation
 - + Vielfalt von Schätzverfahren (Geschwindigkeit), flexible Modellierung
- Momentan noch experimentell
- Erfordert *zwei* teure Programme

Fazit

- ▶ Viele sozialwissenschaftliche Fragestellungen präsentieren sich als Mehr-Ebenen-Probleme
- ▶ Oder lassen sich als Mehr-Ebenen-Probleme verstehen
- ▶ Elegante und effiziente Modellierung
- ▶ Fallstricke