

# Kategoriale abhängige Variablen: „Logit-“ und „Probit“-Modelle

Statistik II

## Wiederholung

Literatur

Annahmen und

Annahmeverletzungen

## Exkurs

Funktionen

Exponenten, Wurzeln usw.

## Binäre abhängige Variablen

Das Problem

Das binäre Logit-Modell

## Interpretation

## Zusammenfassung



## Zum Nachlesen/Vorbereiten

- ▶ Agresti ch. 15:

## Was sind die Standard-Annahmen?

▶ Zufallsstichprobe

▶ Wahres Modell:  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} \cdots + \epsilon_i$

1. Die abhängige Variable ist intervallskaliert und unbeschränkt.  
(Variablen werden ohne Fehler gemessen)
2. Alle unabhängigen Variablen haben Varianz
3. Keine perfekte Multikollinearität
4. Für jede mögliche Kombination der unabhängigen Variablen ist der (konditionale) Mittelwert von  $\epsilon = 0$

## Was sind die Standard-Annahmen?

- ▶ Zufallsstichprobe
- ▶ Wahres Modell:  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} \cdots + \epsilon_i$

5. Keine Kovarianz zwischen  $x_{ki}$  und  $\epsilon$
6. Für jedes beliebige Paar von Beobachtungen  $i$  und  $h$  sind  $\epsilon_i$  und  $\epsilon_h$  unkorreliert (keine Autokorrelation)
7. Für jede mögliche Kombination der unabhängigen Variablen ist die (konditionale) Varianz von  $\epsilon$  gleich  $\sigma^2$  und damit konstant (Homoskedastizität)
8. Für jede mögliche Kombination der unabhängigen Variablen ist  $\epsilon$  normalverteilt

# Annahmen und Annahmeverletzungen

- ▶ Ergebnisse auf Grundlage einer Stichprobe nur Schätzungen
- ▶ Schätzverfahren setzen Annahmen voraus
- ▶ Wenn Annahmen nicht zutreffen
  - ▶ Verzerrte Parameterschätzungen
  - ▶ Ineffiziente (und/oder inkonsistente) Parameterschätzungen
  - ▶ Zu optimistische Standardfehler

# Annahmen und Annahmeverletzungen

- ▶ Ergebnisse auf Grundlage einer Stichprobe nur Schätzungen
- ▶ Schätzverfahren setzen Annahmen voraus
- ▶ Wenn Annahmen nicht zutreffen
  - ▶ Verzerrte Parameterschätzungen
  - ▶ Ineffiziente (und/oder inkonsistente) Parameterschätzungen
  - ▶ **Zu optimistische Standardfehler**

# Annahmen und Annahmeverletzungen

- ▶ Ergebnisse auf Grundlage einer Stichprobe nur Schätzungen
- ▶ Schätzverfahren setzen Annahmen voraus
- ▶ Wenn Annahmen nicht zutreffen
  - ▶ Verzerrte Parameterschätzungen
  - ▶ Ineffiziente (und/oder inkonsistente) Parameterschätzungen
  - ▶ Zu optimistische Standardfehler
- ▶ Annahmen in Politikwissenschaft häufig verletzt
  - ▶ Z. B. Abhängigkeiten zwischen Beobachtungen (Zeitreihen, Panel . . . )
  - ▶ Kategoriale abhängige Variablen

# Annahmen und Annahmeverletzungen

- ▶ Ergebnisse auf Grundlage einer Stichprobe nur Schätzungen
- ▶ Schätzverfahren setzen Annahmen voraus
- ▶ Wenn Annahmen nicht zutreffen
  - ▶ Verzerrte Parameterschätzungen
  - ▶ Ineffiziente (und/oder inkonsistente) Parameterschätzungen
  - ▶ Zu optimistische Standardfehler
- ▶ Annahmen in Politikwissenschaft häufig verletzt
  - ▶ Z. B. Abhängigkeiten zwischen Beobachtungen (Zeitreihen, Panel . . . )
  - ▶ Kategoriale abhängige Variablen
- ▶ Erweiterungen/Ergänzungen des linearen Modells

## Was passiert, wenn Annahme 1 nicht erfüllt ist?

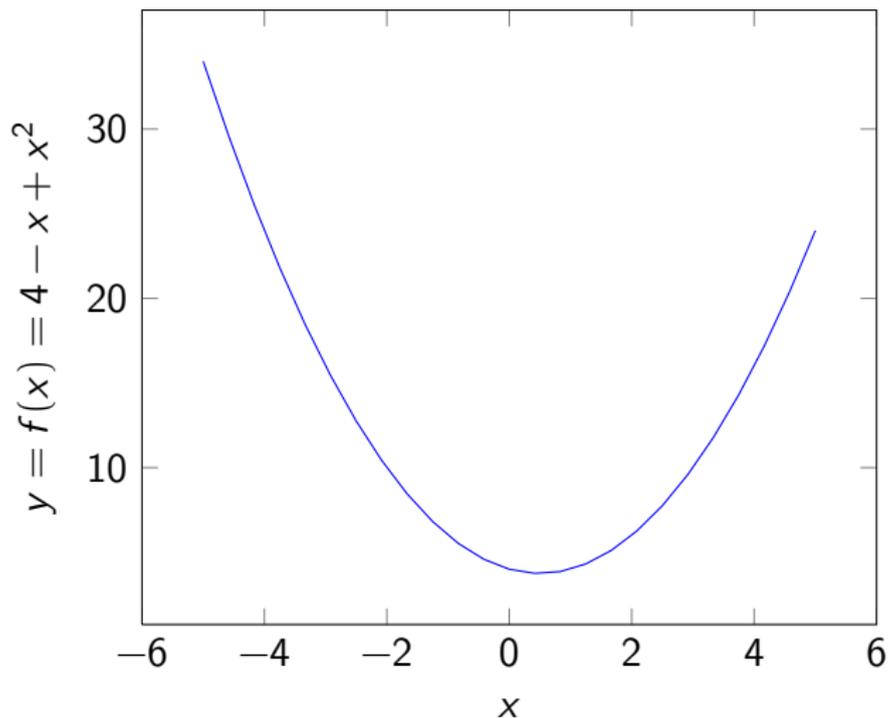
„Die abhängige Variable ist intervallskaliert und unbeschränkt. Variablen werden ohne Fehler gemessen“

- ▶ Abhängige Variable hat häufig wenig diskrete Ausprägungen (Ratingskalen)
  - ▶ Erwartete Werte außerhalb des gültigen Wertebereichs
  - ▶ Modelle für ordinale Daten
  - ▶ In der Literatur wenig diskutiert, häufig wird angenommen, daß Modell relativ robust ist
- ▶ Alle sozialwissenschaftlichen Variablen fehlerbehaftet
  - ▶ Relativ unproblematisch, wenn Fehler voneinander unabhängig und Stichprobe groß
  - ▶ Fehler bei  $y$  wird von  $\epsilon$  absorbiert, OLS weniger effizient
  - ▶ Fehler bei  $x$  schwächt im bivariaten Fall Zusammenhang ab, multivariat auf jeden Fall bias

# Was ist eine Funktion?

- ▶ „Abbildungsvorschrift“
- ▶  $\approx$  Berechnungsvorschrift
- ▶ Ordnet jedem Wert der  $x$ -Variable(n) genau einen Wert zu
  - ▶ Einstellige Funktionen
  - ▶ Mehrstellige Funktionen
- ▶ Allgemeine Formulierung:  $f(x_1, x_2, \dots)$ 
  - ▶ Lineare Funktion besteht nur aus Konstanten und Produkten von  $x_1, x_2, \dots$
  - ▶ Nicht-lineare Funktion: andere Elemente
- ▶ Bisher  $y$  als lineare Funktion von  $x_1, \dots$
- ▶ Alle Funktionen graphisch darstellbar (ggf. mehrdimensional)
- ▶ Steigung der Funktion in einem Punkt: (1.) Ableitung

# Nicht-lineare Funktionen: z. B. Polynome



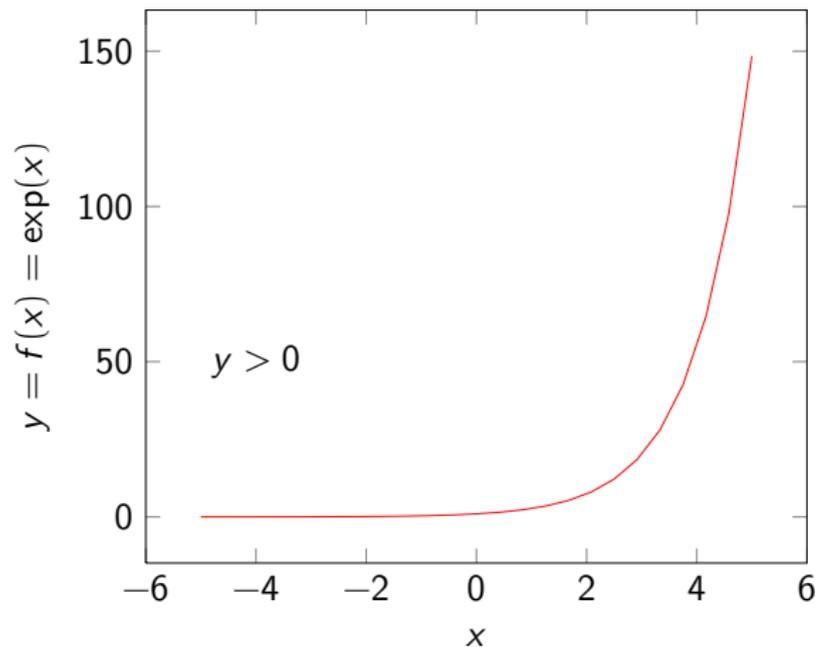
# Exponenten

- ▶ Basis und Exponent
- ▶ Ganzzahlige positive Exponenten:  $x^3 = x \cdot x \cdot x$
- ▶ Exponent 1 oder 0:  $x^1 = x$ ;  $x^0 = 1$
- ▶ Negative Exponenten:  $x^{-1} = \frac{1}{x}$ ;  $x^{-3} = \frac{1}{x^3}$
- ▶ Rationale Exponenten
  - ▶ Quadratwurzel aus  $x$ : Mit sich selbst multiplizieren, um  $x$  zu erhalten
  - ▶  $n$ -te Wurzel aus  $x$ :  $n$ -mal mit sich selbst multiplizieren, um  $x$  zu erhalten
  - ▶ Nenner =  $n$ -te Wurzel:  $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$
  - ▶ Kompletter Bruch:  $\sqrt[5]{x^4} = x^{\frac{4}{5}}$
- ▶  $x^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{x^{\frac{4}{5}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{x^4}}$

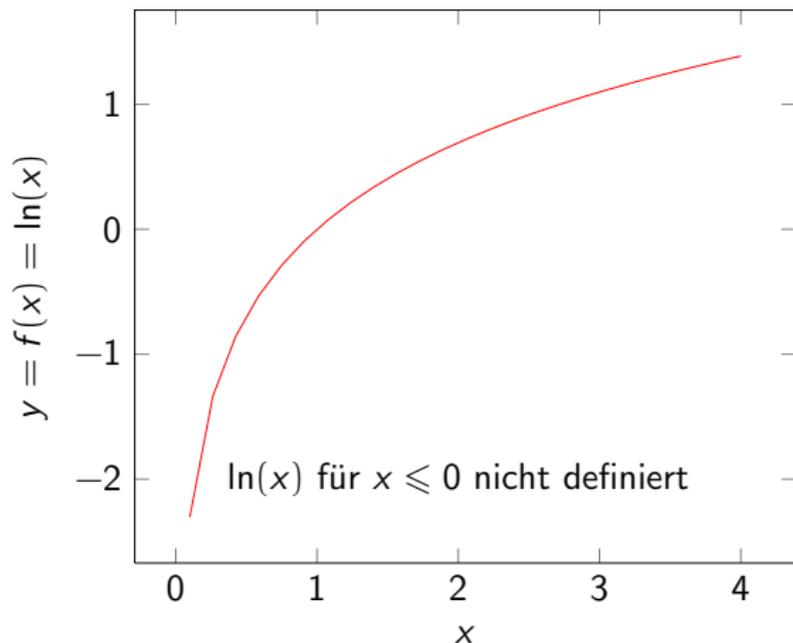
## Was ist der natürliche Logarithmus?

- ▶ Logarithmus Umkehrfunktion zur Exponentialfunktion
- ▶ „Natürlicher“ Logarithmus (Funktionsname  $\ln()$  oder  $\log_e$ )  
basiert auf Eulerscher Zahl  $e = 2.71828182\dots$
- ▶  $e$  wichtige Konstante in vielen statistischen Verteilungen und Herleitungen (z. B. Normalverteilung)
- ▶  $e^3 = \exp(3) \approx 20.0855\dots$
- ▶  $\ln(20.0855) \approx 3$
- ▶ Natürlicher Logarithmus von  $x$  gibt Antwort auf die Frage:  
Wie oft muß ich  $e$  mit sich selbst multiplizieren, um  $x$  zu erhalten?

# Potenzen zur Basis e: $y = \exp(x)$



# Natürlicher Logarithmus = Umkehrfunktion: $y = \ln(x)$



# Binäre Variablen in der Politikwissenschaft

- ▶ Wahlabsicht in den USA: Republikanisch (0) vs. Demokratisch (1)
- ▶ Land in bestimmtem Jahr in Bürgerkrieg verwickelt: ja (1) vs. nein (0)
- ▶ Parteibindung vorhanden: ja (1) vs. nein (0)
- ▶ Politisches System eine Demokratie: ja (1) vs. nein (0)
- ▶ Wertorientierungen: postmaterialistisch (1) vs. nicht-postmaterialistisch (0)
- ▶ Wahlabsicht zugunsten der CDU: ja (1) vs. nein (0)

# Binäre Variablen in der Politikwissenschaft

- ▶ Wahlabsicht in den USA: Republikanisch (0) vs. Demokratisch (1)
- ▶ Land in bestimmtem Jahr in Bürgerkrieg verwickelt: ja (1) vs. nein (0)
- ▶ Parteibindung vorhanden: ja (1) vs. nein (0)
- ▶ Politisches System eine Demokratie: ja (1) vs. nein (0)
- ▶ Wertorientierungen: postmaterialistisch (1) vs. nicht-postmaterialistisch (0)
- ▶ Wahlabsicht zugunsten der CDU: ja (1) vs. nein (0)
- ▶ Viele relevante Variablen binär (oder dichotom)
- ▶ **Wie modellieren?**

## Strategie I: „Lineares Wahrscheinlichkeitsmodell“

- ▶ Beispiel: Wahlverhalten für CDU durch Sympathie für Merkel zu erklären?
- ▶ Zweitstimme in Umfrage → binäre Variable CDU-Wahl
- ▶ Für jeden Befragten 0 (nein) oder 1 (ja)
- ▶ Mittelwert der Dummy-Variablen entspricht relativer Häufigkeit bzw. Wahrscheinlichkeit der CDU-Wahl
- ▶ Warum?

## Strategie I: „Lineares Wahrscheinlichkeitsmodell“

- ▶ Beispiel: Wahlverhalten für CDU durch Sympathie für Merkel zu erklären?
- ▶ Zweitstimme in Umfrage → binäre Variable CDU-Wahl
- ▶ Für jeden Befragten 0 (nein) oder 1 (ja)
- ▶ Mittelwert der Dummy-Variablen entspricht relativer Häufigkeit bzw. Wahrscheinlichkeit der CDU-Wahl
- ▶ Warum?

$$\text{Mittelwert cduwahl} = \frac{10 \times 1 + 77 \times 0}{87} \approx 0.115 = \frac{10}{87}$$

## Strategie I: „Lineares Wahrscheinlichkeitsmodell“

- ▶ Gesamtwahrscheinlichkeit der CDU-Wahl ca. 11.5 Prozent
- ▶ Mittelwert der Dummy-Variablen in Sympathie-Gruppen = Anteil der CDU-Wähler in Sympathie-Gruppen =
- ▶ Konditionaler Mittelwert = Konditionale Wahrscheinlichkeit der CDU-Wahl in den Gruppen ( $n = 80$ )

## Strategie I: „Lineares Wahrscheinlichkeitsmodell“

- ▶ Gesamtwahrscheinlichkeit der CDU-Wahl ca. 11.5 Prozent
- ▶ Mittelwert der Dummy-Variablen in Sympathie-Gruppen = Anteil der CDU-Wähler in Sympathie-Gruppen =
- ▶ Konditionaler Mittelwert = Konditionale Wahrscheinlichkeit der CDU-Wahl in den Gruppen ( $n = 80$ )

```
. tabstat cduwahl,by (polsympangelamerkel)
Summary for variables: cduwahl
by categories of: polsympangelamerkel (polsymp [Angela Merkel] )
```

polsympangelamerkel	mean
2	0
3	0
4	.1538462
5	.1428571
6	0
7	.0666667
8	.1818182
9	.2857143
10	.6666667
Total	.125

## Strategie I: „Lineares Wahrscheinlichkeitsmodell“

- ▶ Verfahren zur Modellierung konditionaler Mittelwerte: lineare Regression
- ▶  $cduwahl = \beta_0 + \beta_1 \text{Sympathie Merkel}$

## Strategie I: „Lineares Wahrscheinlichkeitsmodell“

- ▶ Verfahren zur Modellierung konditionaler Mittelwerte: lineare Regression
- ▶  $cduwahl = \beta_0 + \beta_1 \text{Sympathie Merkel}$

```
. reg cduwahl polsympangelamerkel
```

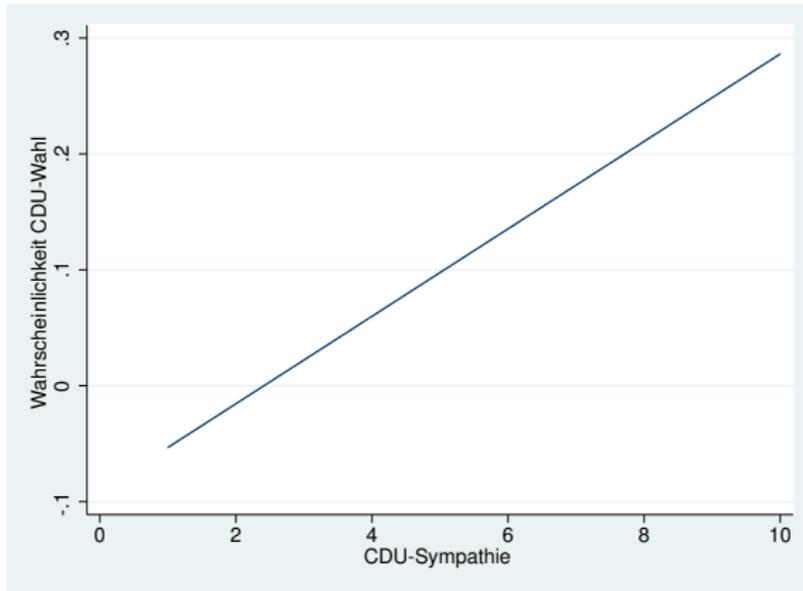
Source	SS	df	MS			
Model	.63196869	1	.63196869	Number of obs =	80	
Residual	8.11803131	78	.104077324	F( 1, 78) =	6.07	
Total	8.75	79	.110759494	Prob > F =	0.0159	
				R-squared =	0.0722	
				Adj R-squared =	0.0603	
				Root MSE =	.32261	

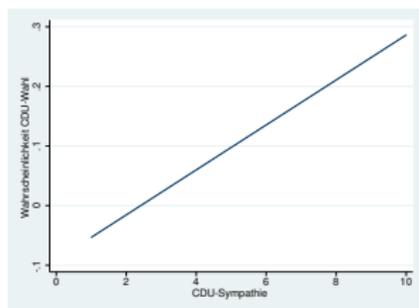
cduwahl	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
polysympang-1	.0377295	.0153113	2.46	0.016	.0072471	.0682119
_cons	-.0910012	.0947877	-0.96	0.340	-.2797091	.0977066

# Probleme?

# Probleme?

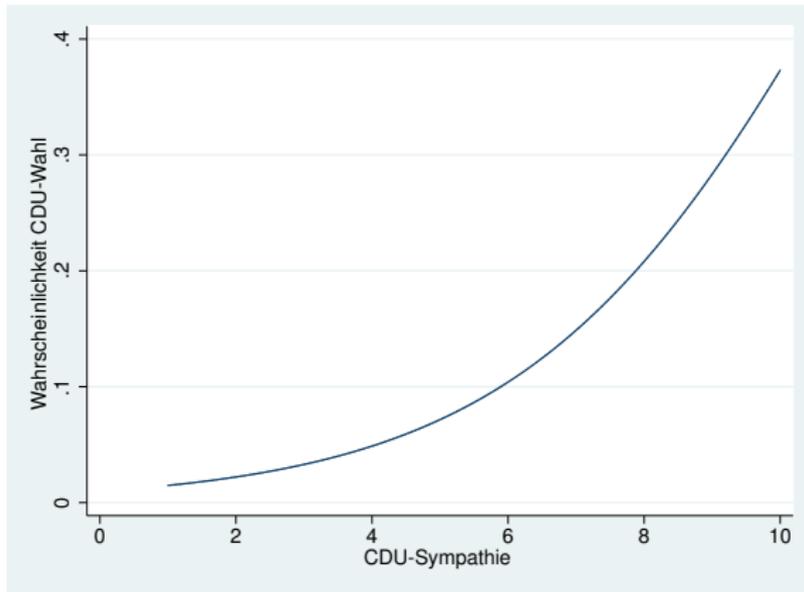


# Probleme?



1. Heteroskedastizität → Standardfehler
2. Wahrscheinlichkeiten außerhalb Intervall (0;1)
3. (Linearer Verlauf nicht plausibel)

# Probleme?



## Wie kommt man zum Modell?

- ▶ Problem: CDU-Wahl bzw. deren Wahrscheinlichkeit auf Wertebereich  $[0;1]$  beschränkt
- ▶ *Transformation* der Variablen
- ▶ 1. Schritt: Statt Wahrscheinlichkeiten „odds“ betrachten
  - ▶ (Entsprechen in etwa Wettquoten beim Sport)
  - ▶  $\text{odds}(p) = \frac{p}{1-p}$ ; im Beispiel  $\frac{0.125}{0.875} \approx 0.143$
  - ▶ Wertebereich von 0 bis (fast)  $\infty$
  - ▶ Variieren über Ausprägungen der unabhängigen
  - ▶ z. B. 0.07 (6.6%) und 1.99 (66.6%)
- ▶ 2. Schritt: Von diesen odds wird der natürliche Logarithmus bestimmt (Logarithmierung)

## Wie kommt man zum Modell? II

- ▶ Die logarithmierten Odds werden als Logits bezeichnet
- ▶ Wertebereich von (fast)  $-\infty$  bis (fast)  $+\infty$
- ▶ Im Beispiel Logits zwischen -2.66 (6.6%) und 0.688 (66.6%)

## Wie kommt man zum Modell? II

- ▶ Die logarithmierten Odds werden als Logits bezeichnet
- ▶ Wertebereich von (fast)  $-\infty$  bis (fast)  $+\infty$
- ▶ Im Beispiel Logits zwischen -2.66 (6.6%) und 0.688 (66.6%)
- ▶ **Nicht-lineares Verhältnis zur Wahrscheinlichkeit**
  - ▶ Wahrscheinlichkeit von 50% entspricht Logit von 0
  - ▶ Positiver Logit – größere Wahrscheinlichkeit
  - ▶ Negativer Logit – kleinere Wahrscheinlichkeit

## Wie kommt man zum Modell? II

- ▶ Die logarithmierten Odds werden als Logits bezeichnet
- ▶ Wertebereich von (fast)  $-\infty$  bis (fast)  $+\infty$
- ▶ Im Beispiel Logits zwischen -2.66 (6.6%) und 0.688 (66.6%)
- ▶ **Nicht-lineares Verhältnis zur Wahrscheinlichkeit**
  - ▶ Wahrscheinlichkeit von 50% entspricht Logit von 0
  - ▶ Positiver Logit – größere Wahrscheinlichkeit
  - ▶ Negativer Logit – kleinere Wahrscheinlichkeit
- ▶ **Logit-Modell: *linearer* Zusammenhang zwischen  $x$  und *Logit***
  - ▶  $\text{logit}(\text{cduwahl}) = \beta_0 + \beta_1 \times \text{merkelsympathie}$
  - ▶ Schätzung der Koeffizienten/Standardfehler mit speziellem iterativen Verfahren (Maximum Likelihood)

# In Stata

```
. logit cduwahl polsympangelamerkel
Iteration 0:  log likelihood = -30.141613
Iteration 1:  log likelihood = -27.289467
Iteration 2:  log likelihood = -26.993016
Iteration 3:  log likelihood = -26.991918
Iteration 4:  log likelihood = -26.991918

Logistic regression                               Number of obs   =           80
                                                    LR chi2(1)      =           6.30
                                                    Prob > chi2     =          0.0121
Log likelihood = -26.991918                       Pseudo R2      =          0.1045
```

cduwahl	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
polysympang~1	.408557	.1822747	2.24	0.025	.0513051	.7658089
_cons	-4.604574	1.355321	-3.40	0.001	-7.260955	-1.948194

## ► Interpretation?

# In Stata

```
. logit cduwahl polsympangelamerkel
Iteration 0:  log likelihood = -30.141613
Iteration 1:  log likelihood = -27.289467
Iteration 2:  log likelihood = -26.993016
Iteration 3:  log likelihood = -26.991918
Iteration 4:  log likelihood = -26.991918
Logistic regression
Log likelihood = -26.991918
Number of obs   =      80
LR chi2(1)      =       6.30
Prob > chi2     =      0.0121
Pseudo R2      =      0.1045
```

cduwahl	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
polysympang~1	.408557	.1822747	2.24	0.025	.0513051	.7658089
_cons	-4.604574	1.355321	-3.40	0.001	-7.260955	-1.948194

- ▶ Interpretation?
- ▶ Richtung und Signifikanz

## Nicht-Linearität

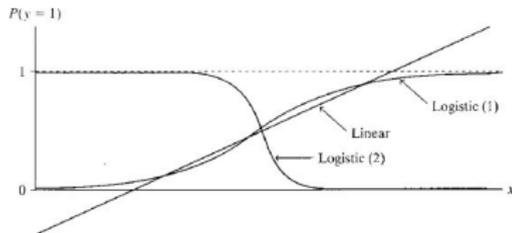
- ▶ Zusammenhang zwischen  $x$  und  $y$  nicht-linear, aber monoton
  - ▶ Mehr  $x$ , mehr  $y$  (positiver Zusammenhang) bzw.
  - ▶ Mehr  $x$ , weniger  $y$  (negativer) Zusammenhang
  - ▶ **Aber nicht mit konstanter Rate**
- ▶ S-förmiger Zusammenhang

## Nicht-Linearität

- ▶ Zusammenhang zwischen  $x$  und  $y$  nicht-linear, aber monoton
  - ▶ Mehr  $x$ , mehr  $y$  (positiver Zusammenhang) bzw.
  - ▶ Mehr  $x$ , weniger  $y$  (negativer) Zusammenhang
  - ▶ **Aber nicht mit konstanter Rate**
- ▶ S-förmiger Zusammenhang
- ▶ Veränderung in Wahrscheinlichkeit *nicht* proportional zu Veränderung in  $x$ 
  - ▶ Großer Effekt, wenn Wahrscheinlichkeit im mittleren Bereich
  - ▶ Kleiner Effekt, wenn Wahrscheinlichkeit sehr groß oder sehr gering

## Nicht-Linearität

- ▶ Zusammenhang zwischen  $x$  und  $y$  nicht-linear, aber monoton
  - ▶ Mehr  $x$ , mehr  $y$  (positiver Zusammenhang) bzw.
  - ▶ Mehr  $x$ , weniger  $y$  (negativer) Zusammenhang
  - ▶ **Aber nicht mit konstanter Rate**
- ▶ S-förmiger Zusammenhang
- ▶ Veränderung in Wahrscheinlichkeit *nicht* proportional zu Veränderung in  $x$ 
  - ▶ Großer Effekt, wenn Wahrscheinlichkeit im mittleren Bereich
  - ▶ Kleiner Effekt, wenn Wahrscheinlichkeit sehr groß oder sehr gering



## Was ist mit den zufälligen Fehlern?

- ▶ Im linearen Regressionsmodell zufällige Normalverteilung um konditionalen Mittelwert
- ▶ Separater Parameter ( $\sigma_\epsilon^2$ )
- ▶ Für Logit-Modell Binomialverteilung um konditionale Wahrscheinlichkeit
- ▶ Varianz hängt ab von erwarteter Wahrscheinlichkeit (Heteroskedastizität)
- ▶ Ist durch Modell fixiert und wird nicht separat geschätzt
- ▶ Probit-Modelle sind sehr ähnlich, haben lediglich eine andere Link- bzw. Varianzfunktion

## Interpretation Logit-Koeffizienten

- ▶ Modell nur in den Logits linear
- ▶ Interpretation von Richtung (Vorzeichen)
- ▶ Interpretation von Signifikanz
- ▶ Logits sind *sehr* unanschaulich

## Interpretation Odds/Odd-Ratios

$$\begin{aligned}\text{logit}(\text{cduwahl}) &= \beta_0 + \beta_1 \times \text{merkelsympathie} \\ e^{\text{logit}(\text{cduwahl})} &= \text{odds}(\text{cduwahl}) = e^{(\beta_0 + \beta_1 \times \text{merkelsympathie})} \\ &= e^{\beta_0} \times e^{\beta_1 \text{merkelsympathie}}\end{aligned}$$

- ▶ Multiplikative Darstellung des Modells
- ▶ Für  $x = 0$ : odds = anti-logarithmierte Konstante
- ▶  $e^{\beta_1} = \exp(\beta_1) =$  „Effektkoeffizient“
- ▶ Veränderung von  $x$  um eine Einheit multipliziert die odds mit dem Effektkoeffizienten

## Interpretation Odds/Odd-Ratios

$$\begin{aligned}\text{logit}(\text{cduwahl}) &= \beta_0 + \beta_1 \times \text{merkelsympathie} \\ e^{\text{logit}(\text{cduwahl})} &= \text{odds}(\text{cduwahl}) = e^{(\beta_0 + \beta_1 \times \text{merkelsympathie})} \\ &= e^{\beta_0} \times e^{\beta_1 \text{merkelsympathie}}\end{aligned}$$

- ▶ Multiplikative Darstellung des Modells
- ▶ Für  $x = 0$ : odds = anti-logarithmierte Konstante
- ▶  $e^{\beta_1} = \exp(\beta_1) =$  „Effektkoeffizient“
- ▶ Veränderung von  $x$  um eine Einheit multipliziert die odds mit dem Effektkoeffizienten
- ▶ Findet sich manchmal in (älterer) Literatur, nicht sehr anschaulich

## Wie kommt man von Logits zu Wahrscheinlichkeiten?

Logit

$$\text{Logit} = \beta_0 + \beta_1 x_1 = \ln \left( \frac{p}{1-p} \right)$$

Wie nach  $p$  auflösen?

## Wie kommt man von Logits zu Wahrscheinlichkeiten?

Logarithmus loswerden

$$\exp(\text{Logit}) = \frac{p}{1-p}$$

## Wie kommt man von Logits zu Wahrscheinlichkeiten?

$p$  auf eine Seite bringen, ausmultiplizieren

$$\exp(\text{Logit}) \cdot (1 - p) = p$$

$$\exp(\text{Logit}) - p \cdot \exp(\text{Logit}) = p$$

## Wie kommt man von Logits zu Wahrscheinlichkeiten?

$\exp(\text{Logit})$  freistellen, rechte Seite zusammenfassen

$$\exp(\text{Logit}) = p \cdot \exp(\text{Logit}) + p$$

$$\exp(\text{Logit}) = (\exp(\text{Logit}) + 1) \cdot p$$

## Wie kommt man von Logits zu Wahrscheinlichkeiten?

$p$  wieder freistellen

$$\frac{\exp(\text{Logit})}{\exp(\text{Logit}) + 1} = p$$

$$\frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1)}{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1) + 1} = p$$

$$\frac{e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1)}}{e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1)} + 1} = p$$

## Interpretation Wahrscheinlichkeiten

$$p = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x_1}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_1}}$$

- ▶ Odds auch nicht wirklich anschaulich
- ▶ Klarste Interpretation: erwartete Wahrscheinlichkeiten
- ▶ 1. Teil der Transformation auch umkehren
- ▶ Veränderung der Wahrscheinlichkeit nicht proportional zur Veränderung von  $x$  bzw. abhängig vom *Niveau* von  $x$  (und ggf. anderer  $x_2, \dots$ ) → S-förmiger Zusammenhang

## Erweiterung des Modells

$$\text{logit}(y) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots$$

- ▶ Logistische Regression ebenfalls multivariat möglich
- ▶ Mehrere unabhängige Variablen wirken linear-additiv auf den Logit
- ▶ Wirkung einer Veränderung von  $x_1$  um eine Einheit auf die Wahrscheinlichkeit von  $y = 1$  hängt ab vom
  - ▶ Niveau von  $x_1$  **und**
  - ▶ vom Niveau von  $x_2, \dots$
- ▶ Am besten graphisch darstellbar

## CDU-Wahl II

- ▶ CDU-Wahl als Funktion von
  - ▶ Merkelsympathie
  - ▶ Links-Rechts-Selbsteinstufung
- ▶  $\text{logit}(\text{cduwahl}) = \beta_0 + \beta_1 \text{merkelsympathie} + \beta_2 \text{LRS}$

# In Stata

```
. logit cduwahl polsympangelamerkel lrsselbstselbst
Iteration 0:  log likelihood = -29.870914
Iteration 1:  log likelihood = -22.149578
Iteration 2:  log likelihood = -19.757701
Iteration 3:  log likelihood = -19.605749
Iteration 4:  log likelihood = -19.604952
Iteration 5:  log likelihood = -19.604952

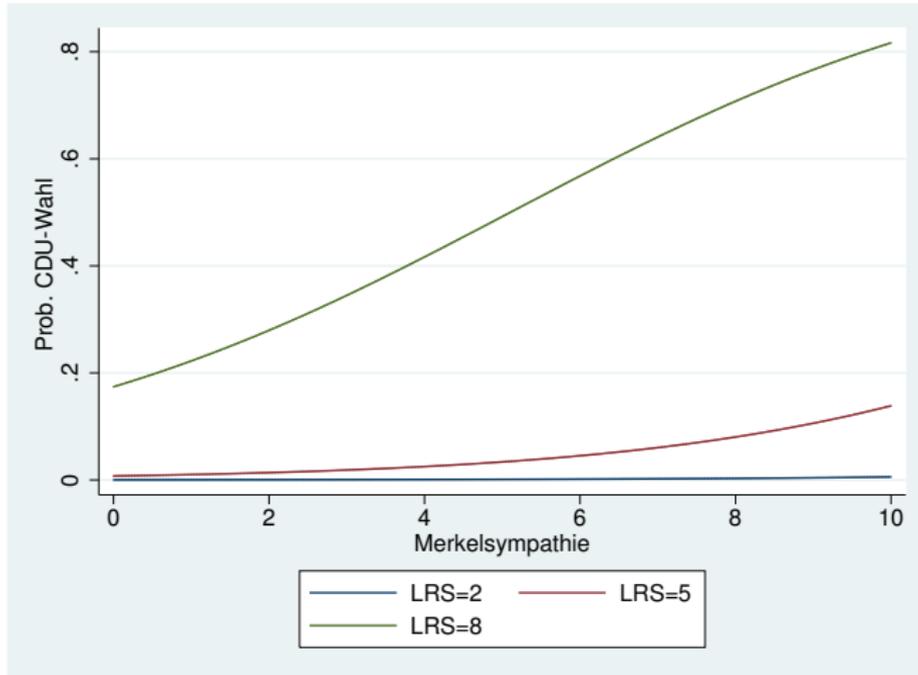
Logistic regression                               Number of obs   =           78
                                                    LR chi2(2)      =          20.53
                                                    Prob > chi2     =          0.0000
Log likelihood = -19.604952                       Pseudo R2      =          0.3437
```

cduwahl	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
polysympang-l	.3049494	.2132139	1.43	0.153	-.1129421	.7228409
lrsselbsts-t	1.106581	.3888137	2.85	0.004	.3445196	1.868641
_cons	-10.40907	3.036782	-3.43	0.001	-16.36105	-4.457082

# Graphische Darstellung

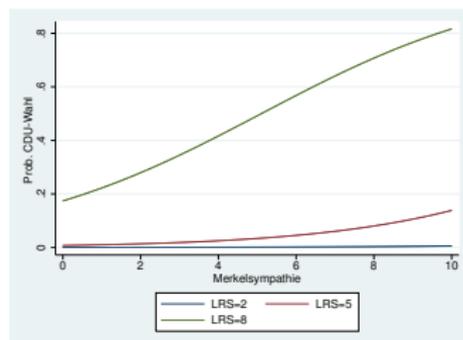
- ▶ Wie wirkt Merkelsympathie für
  - ▶ Linke (LRS=2)
  - ▶ Zentristen (LRS=5)
  - ▶ Rechte (LRS=8)?

# Graphische Darstellung

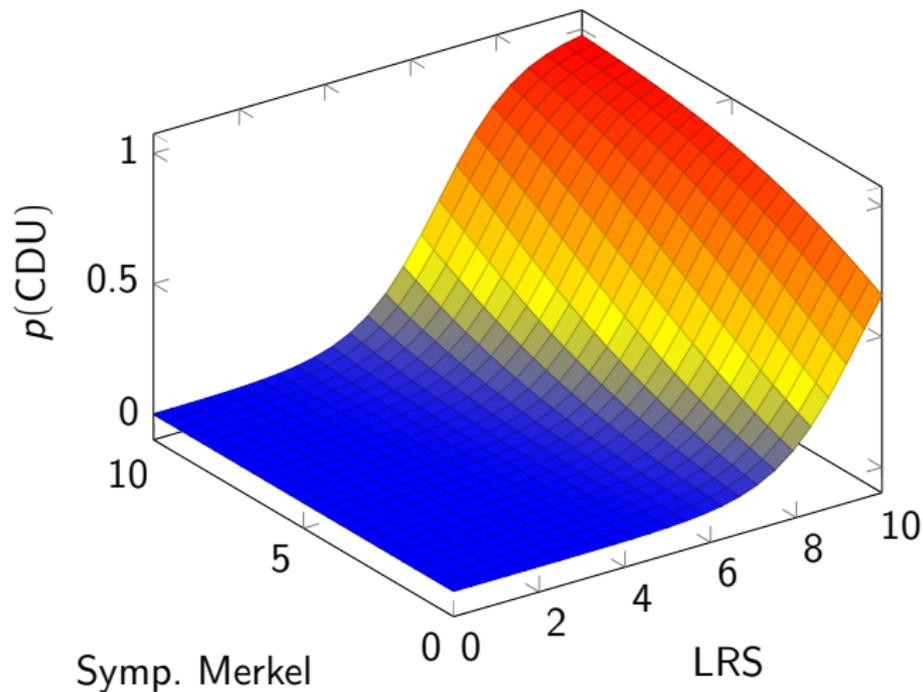


## Graphische Darstellung

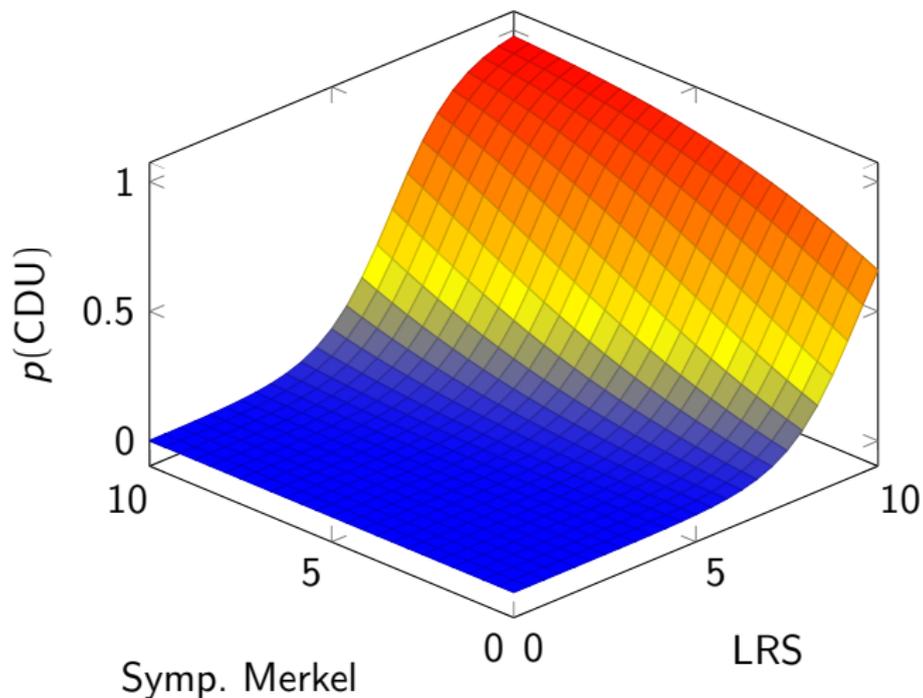
- ▶ Wie wirkt Merkelsympathie für
  - ▶ Linke (LRS=2)
  - ▶ Zentristen (LRS=5)
  - ▶ Rechte (LRS=8)?
- ▶ Wirkung von Sympathie ...
  - ▶ Fast linear für Rechte
  - ▶ Schwach bei Zentristen
  - ▶ Praktisch nicht vorhanden bei Linken
- ▶ Implizite Interaktion auf der Ebene der Wahrscheinlichkeiten



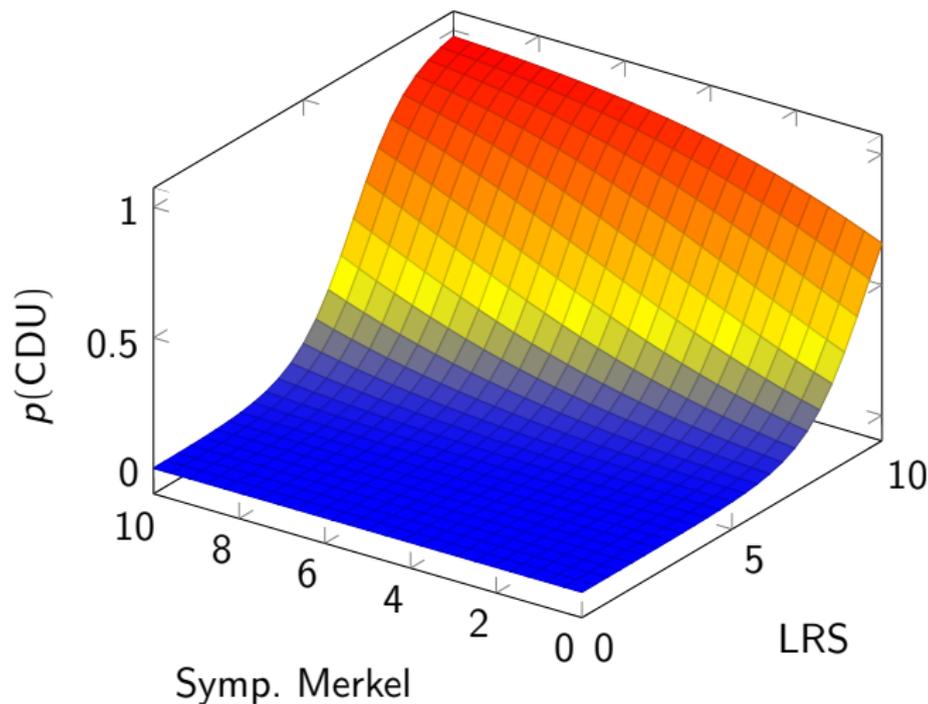
# Multivariate Nicht-Linearität



# Multivariate Nicht-Linearität



# Multivariate Nicht-Linearität



# Zusammenfassung

- ▶ Viele politikwissenschaftlich interessante Variablen dichotom
- ▶ Lineares Modell problematisch
- ▶ Logit-Modell als gute Alternative
- ▶ Interpretation erfordert Sorgfalt